

Gazdaságmatematika II. - 12. gyakorlat

dr. Földvári Attila

A feladatok dr. Házy Attila: Gazdaságmatematika 2 Példatár a második zárthelyi dolgozathoz című feladatsorából származnak.

- Adott az alábbi táblázattal egy hálózat. Határozza meg az 5 pontot a 3 ponttól elválasztó minimális kapacitású vágást! Adja meg a vágásbeli éleket, a vágás kapacitását, valamint írja fel a feladat párjának optimális megoldását is!

honnan	1	2	4	4	5	5	6
hová	4	4	3	6	1	2	3
kapacitás	4	3	3	3	5	2	5

a) Forrás, nyelő

	1	2	3	4	5	6
1	■			4		
2		■		3		
3			■			
4			3	■		3
5	5	2			■	
6			5			■

⇒
forrás: 5
nyelő: 3

b) Címkézés első kör

	1	2	3	4	5	6
1	■	0	0	4	0	0
2	0	■	0	3	0	0
3	0	0	■	0	0	0
4	0	0	3	■	0	3
5	5	2	0	0	■	0
6	0	0	5	0	0	■

⇒

	-5	-5			+s	
×	1	2	3	4	5	6
1	■	0	0	4	0	0
2	0	■	0	3	0	0
3	0	0	■	0	0	0
4	0	0	3	■	0	3
5	5	2	0	0	■	0
6	0	0	5	0	0	■

	+5	-5		-1	+s	
×	1	2	3	4	5	6
1	■	0	0	4	0	0
2	0	■	0	3	0	0
3	0	0	■	0	0	0
4	0	0	3	■	0	3
5	5	2	0	0	■	0
6	0	0	5	0	0	■

⇒

	+5	-5	-4	+1	+s	-4
×	1	2	3	4	5	6
1	■	0	0	4	0	0
2	0	■	0	3	0	0
3	0	0	■	0	0	0
4	0	0	3	■	0	3
5	5	2	0	0	■	0
6	0	0	5	0	0	■

Van út: $5 \rightarrow 1 \rightarrow 4 \rightarrow 3$. Továbbá $d_1 = 3$.

c) Címkézés második kör

×					+s	
	1	2	3	4	5	6
1	■	0	0	1	3	0
2	0	■	0	3	0	0
3	0	0	■	3	0	0
4	3	0	0	■	0	3
5	2	2	0	0	■	0
6	0	0	5	0	0	■

⇒

×		-5	-5		+s	
	1	2	3	4	5	6
1	■	0	0	1	3	0
2	0	■	0	3	0	0
3	0	0	■	3	0	0
4	3	0	0	■	0	3
5	2	2	0	0	■	0
6	0	0	5	0	0	■

	-5	+5		-2	+s	
×	1	2	3	4	5	6
1	■	0	0	1	3	0
2	0	■	0	3	0	0
3	0	0	■	3	0	0
4	3	0	0	■	0	3
5	2	2	0	0	■	0
6	0	0	5	0	0	■

⇒

	-5	+5		+2	+s	-4
×	1	2	3	4	5	6
1	■	0	0	1	3	0
2	0	■	0	3	0	0
3	0	0	■	3	0	0
4	3	0	0	■	0	3
5	2	2	0	0	■	0
6	0	0	5	0	0	■

	-5	+5	-6	+2	+s	+4
×	1	2	3	4	5	6
1	■	0	0	1	3	0
2	0	■	0	3	0	0
3	0	0	■	3	0	0
4	3	0	0	■	0	3
5	2	0	0	0	■	0
6	0	0	5	0	0	■

⇒

Van út: $5 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 6 \rightarrow 3$.
Továbbá $d_2 = 2$.

d) Címkézés harmadik kör

×					-s	
	1	2	3	4	5	6
1	■	0	0	1	3	0
2	0	■	0	1	2	0
3	0	0	■	3	0	2
4	3	2	0	■	0	1
5	2	0	0	0	■	0
6	0	0	3	2	0	■

⇒

×		+5		-1	+s	
	1	2	3	4	5	6
1	■	0	0	1	3	0
2	0	■	0	1	2	0
3	0	0	■	3	0	2
4	3	2	0	■	0	1
5	2	0	0	0	■	0
6	0	0	3	2	0	■

	+5			+1	+s	-4
×	1	2	3	4	5	6
1	■	0	0	1	3	0
2	0	■	0	1	2	0
3	0	0	■	3	0	2
4	3	2	0	■	0	1
5	2	0	0	0	■	0
6	0	0	3	2	0	■

⇒

	+5		-6	+1	+s	+4
×	1	2	3	4	5	6
1	■	0	0	(1)	(3)	0
2	0	■	0	1	2	0
3	0	0	■	3	0	(2)
4	(3)	2	0	■	0	(1)
5	(2)	0	0	0	■	0
6	0	0	(3)	(2)	0	■

Van út: $5 \rightarrow 1 \rightarrow 4 \rightarrow 6 \rightarrow 3$. Továbbá $d_3 = 1$.

e) Címkézés negyedik kör

					+s	
×	1	2	3	4	5	6
1	■	0	0	0	4	0
2	0	■	0	1	2	0
3	0	0	■	3	0	3
4	4	2	0	■	0	0
5	1	0	0	0	■	0
6	0	0	2	3	0	■

⇒

	-5				+s	
×	1	2	3	4	5	6
1	■	0	0	0	4	0
2	0	■	0	1	2	0
3	0	0	■	3	0	3
4	4	2	0	■	0	0
5	1	0	0	0	■	0
6	0	0	2	3	0	■

Nincs út. $S = \{1, 5\}, T = \{2, 3, 4, 6\}$

f) Vágás

honnan	1	2	4	4	5	5	6
hová	4	4	3	6	1	2	3
kapacitás	4	3	3	3	5	2	5

⇒

Vágásbeli élek:

$1 \rightarrow 4$ és $5 \rightarrow 2$

Vágás kapacitása:

$4+2=6$

g) Maximális folyam

	1	2	3	4	5	6	
1	■	0	0	4	-4	0	0
2	0	■	0	2	-2	0	0
3	0	0	■	-3	0	-3	-6
4	-4	-2	3	■	0	3	0
5	4	2	0	0	■	0	6
6	0	0	3	-3	0	■	0
	0	0	6	0	-6	0	

Maximális folyam értéke:

$d_1 + d_2 + d_3 = 3 + 2 + 1 = 6$

2. Adott az alábbi táblázattal egy hálózat. Határozza meg az 5 pontot a 3 ponttól elválasztó minimális kapacitású vágást! Adja meg a vágásbeli éleket, a vágás kapacitását, valamint írja fel a feladat párjának optimális megoldását is!

honnan	1	3	4	4	5	5	6
hová	5	2	1	6	2	3	5
kapacitás	3	5	2	5	3	3	4

a) Forrás, nyelő

	1	2	3	4	5	6
1	■				3	
2		■				
3		5	■			
4	2			■		5
5		3	3		■	
6					4	■

⇒
forrás: 4
nyelő: 2

b) Címkezés első kör

	1	2	3	-s	4	5	6
×	1	2	3	4	5	6	
1	■	0	0	0	3	0	
2	0	■	0	0	0	0	
3	0	5	■	0	0	0	
4	2	0	0	■	0	5	
5	0	3	3	0	■	0	
6	0	0	0	0	4	■	

⇒

	-4			+s		-4
×	1	2	3	4	5	6
1	■	0	0	0	3	0
2	0	■	0	0	0	0
3	0	5	■	0	0	0
4	2	0	0	■	0	5
5	0	3	3	0	■	0
6	0	0	0	0	4	■

	+4			+s	-1	-4
×	1	2	3	4	5	6
1	■	0	0	0	3	0
2	0	■	0	0	0	0
3	0	5	■	0	0	0
4	2	0	0	■	0	5
5	0	3	3	0	■	0
6	0	0	0	0	4	■

⇒

	+4	-5	-5	+s	+1	-4
×	1	2	3	4	5	6
1	■	0	0	0	3	0
2	0	■	0	0	0	0
3	0	5	■	0	0	0
4	2	0	0	■	0	5
5	0	3	3	0	■	0
6	0	0	0	0	4	■

Van út: $4 \rightarrow 1 \rightarrow 5 \rightarrow 2$. Továbbá $d_1 = 2$.

c) Címkzés második kör

×				$-s$		
	1	2	3	4	5	6
1	■	0	0	2	1	0
2	0	■	0	0	2	0
3	0	5	■	0	0	0
4	0	0	0	■	0	5
5	2	1	3	0	■	0
6	0	0	0	0	4	■

$\Rightarrow$

×				$+s$		-4
	1	2	3	4	5	6
1	■	0	0	2	1	0
2	0	■	0	0	2	0
3	0	5	■	0	0	0
4	0	0	0	■	0	5
5	2	1	3	0	■	0
6	0	0	0	0	4	■

×				$+s$	-6	$+4$
	1	2	3	4	5	6
1	■	0	0	2	1	0
2	0	■	0	0	2	0
3	0	5	■	0	0	0
4	0	0	0	■	0	5
5	2	1	3	0	■	0
6	0	0	0	0	4	■

$\Rightarrow$

×		-5	-5	-5	$+s$	$+6$	$+4$
	1	2	3	4	5	6	
1	■	0	0	2	1	0	
2	0	■	0	0	(2)	0	
3	0	5	■	0	0	0	
4	0	0	0	■	0	(5)	
5	2	(1)	3	0	■	(0)	
6	0	0	0	(0)	(4)	■	

Van út: $4 \rightarrow 6 \rightarrow 5 \rightarrow 2$. Továbbá $d_2 = 1$.

d) Címkzés harmadik kör

×				$-s$		
	1	2	3	4	5	6
1	■	0	0	2	1	0
2	0	■	0	0	3	0
3	0	5	■	0	0	0
4	0	0	0	■	0	4
5	2	0	3	0	■	1
6	0	0	0	1	3	■

$\Rightarrow$

×				$+s$		-4
	1	2	3	4	5	6
1	■	0	0	2	1	0
2	0	■	0	0	3	0
3	0	5	■	0	0	0
4	0	0	0	■	0	4
5	2	0	3	0	■	1
6	0	0	0	1	3	■

×				$+s$	-6	$+4$
	1	2	3	4	5	6
1	■	0	0	2	1	0
2	0	■	0	0	3	0
3	0	5	■	0	0	0
4	0	0	0	■	0	4
5	2	0	3	0	■	1
6	0	0	0	1	3	■

$\Rightarrow$

×		-5		-5	$+s$	$+6$	$+4$
	1	2	3	4	5	6	
1	■	0	0	2	1	0	
2	0	■	0	0	3	0	
3	0	5	■	0	0	0	
4	0	0	0	■	0	4	
5	2	0	3	0	■	1	
6	0	0	0	1	3	■	

	-5	-3	+5	+s	+6	+4
×	1	2	3	4	5	6
1	■	0	0	2	1	0
2	0	■	0	0	3	0
3	0	5	■	0	0	0
4	0	0	0	■	0	4
5	2	0	3	0	■	1
6	0	0	0	1	3	■

$\Rightarrow$ Van út: $4 \rightarrow 6 \rightarrow 5 \rightarrow 3 \rightarrow 2$.
Továbbá $d_3 = 3$.

e) Címkezés negyedik kör

				-s		
×	1	2	3	4	5	6
1	■	0	0	2	1	0
2	0	■	3	0	3	0
3	0	2	■	0	3	0
4	0	0	0	■	0	1
5	2	0	0	0	■	4
6	0	0	0	4	0	■

$\Rightarrow$

				+s		-4
×	1	2	3	4	5	6
1	■	0	0	2	1	0
2	0	■	3	0	3	0
3	0	2	■	0	3	0
4	0	0	0	■	0	1
5	2	0	0	0	■	4
6	0	0	0	4	0	■

Nincs út. $S = \{4, 6\}, T = \{1, 2, 3, 5\}$

f) Vágás

honnan	1	3	4	4	5	5	6
hová	5	2	1	6	2	3	5
kapacitás	3	5	2	5	3	3	4

$\Rightarrow$

Vágásbeli élek:
 $4 \rightarrow 1$ és $6 \rightarrow 5$
Vágás kapacitása:
 $2+4=6$

g) Maximális folyam

	1	2	3	4	5	6	
1	■	0	0	-2	2	0	0
2	0	■	-3	0	-3	0	-6
3	0	3	■	0	-3	0	0
4	2	0	0	■	0	4	6
5	-2	3	3	0	■	-4	0
6	0	0	0	-4	4	■	0
	0	6	0	-6	0	0	

Maximális folyam értéke:
 $d_1 + d_2 + d_3 = 2 + 1 + 3 = 6$